Großkreuzes des Verdienstordens der Bundesrepublik, des goldenen Ringes des Deutschen Museums und — wie schon oben betont — des Siemens-Ringes.

So viele Auszeichnungen werden wohl nur dem zuteil, der nicht nur in seinem Arbeitsgebiet durch hervorragende Leistungen als leuchtendes Beispiel vorangeht, sondern auch auf weite Kreise und nach vielen Seiten hin durch Wort und Tat erfolgreich wirkt. Bei ZENNECK aber kam noch hinzu seine mit großer Bescheidenheit verbundene unbeugsame Charakterfestigkeit, seine nie versagende Hilfsbereitschaft sowie sein schon einleitend erwähnter, durch seine nie verleugnete Mundart noch betonter schwäbischer Humor.

Wer aber ZENNECK und seiner Familie nähertreten konnte, der weiß auch, wie sehr er an Frau, Kindern und Enkelkindern hing. Das zeigte sich besonders auch, als sein zweiter Sohn, der ihm in vielem ähnelte, im zweiten Weltkrieg fiel. Schwer traf ihn dieser Schlag und schwer nur überwand er ihn. — Den lieben, geraden Menschen ZENNECK werden seine Familienangehörigen und seine Freunde ebensowenig vergessen wie die Fachgenossen den Wissenschaftler ZENNECK.

Zur Entwicklung des Stabilitätsbegriffes in der Mechanik*).

Von K. MAGNUS, Stuttgart

1. Einführendes

Wir stehen in der Wissenschaft häufig vor der Aufgabe, zur präzisen Formulierung von Gedankengängen oder zur Beschreibung von Erscheinungen in der uns umgebenden Welt neue Begriffe zu schaffen und ihren Inhalt, ihre Bedeutung genau zu umreißen. Den interessanten Prozeß der Begriffsbildung einmal an einem Beispiel zu verfolgen, soll Aufgabe der vorliegenden Bemerkungen sein. Es soll dazu der Begriff der Stabilität ausgewählt werden, der sich in vielfältigen Varianten nicht nur durch alle Bereiche unseres technischen Wissens zieht, sondern der auch in unser alltägliches Leben eingedrungen ist.

Natürlich kann es sich bei dieser kurzen Übersicht nur darum handeln, durch einige Schlaglichter den Gang der Entwicklung in Umrissen erkennbar werden zu lassen und eine gewisse Vorstellung von dem heutigen Stabilitätsbegriff der Mechanik zu geben. Gerade auf diesem Gebiet nämlich läßt sich die Entwicklung am besten verfolgen. Das mag einerseits in der eigenartigen Zwischenstellung begründet sein, die die Mechanik — selbst ein Teil der Physik, aber der Mathematik eng verschwistert — im System der sog. exakten Wissenschaften einnimmt; andererseits ist die Geschichte der Physik zum größten Teil einfach die Geschichte der Mechanik, und es stehen uns hier ausgezeichnete historische Arbeiten zur Verfügung, auf die im vorliegenden Fall zurückgegriffen werden konnte[1]).

2. Die Vieldeutigkeit des Stabilitätsbegriffes

Was verstehen wir unter Stabilität? Diese Frage kann in sehr verschiedener Weise beantwortet werden. So wird uns der Währungsfachmann sagen, daß Stabilität gleichbedeutend mit der Erhaltung der Kaufkraft oder auch der Unveränderlichkeit eines Umrechnungskurses sei. Stabilität eines politischen Systems oder einer Regierungsform wiederum deckt sich begrifflich weitgehend mit „Kontinuität" oder „Stetigkeit". Die viel berufene Stabilität der Wirtschaft könnte vereinfachend als ein Gleichgewicht zwischen Angebot und Nachfrage definiert werden. Sie beinhaltet jedoch noch etwas anderes, für unsere Betrachtungen sehr Wesentliches: es soll nämlich zum Ausdruck gebracht werden, daß geringfügige Störungen des wirtschaftlichen Lebens das vorhandene Gleichgewicht nicht beseitigen, sondern höchstens ein wenig verschieben dürfen. Also soll trotz gewisser quantitativer Veränderungen qualitativ alles bleiben wie zuvor. Wir werden sehen, daß eine solche Auffassung des Stabilitätsbegriffes den Vorstellungen der Physik schon außerordentlich nahekommt.

Es ließen sich zahlreiche weitere Beispiele anführen, aus denen zu ersehen ist, daß sich Stabilität auch durch die Ausdrücke „Haltbarkeit", „Standfestigkeit" oder „Starrheit" umschreiben läßt — Ausdrücke also, in denen der Faktor Zeit keine Rolle spielt. Sagt man dagegen „Beständigkeit" oder „Dauerhaftigkeit" — was ebensogut möglich ist —, so ist dabei der Zeitbegriff maßgebend beteiligt. Schließlich wechselt die Bedeutung sogar bis zu den kaum sicher abzugrenzenden Begriffen wie „Standhaftigkeit", „Unerschütterlichkeit" und „Zuverlässigkeit".

Selbst in Naturwissenschaft oder Technik herrscht hier keine Eindeutigkeit, denn sowohl nach Fachgebieten als auch nach Ländern schwankt die Deutung des Wortes „Stabilität" beträchtlich. Der Elektriker meint manchmal einfach „Konstanz", wenn er von Stabilität spricht, und neuerdings hat sich der Mathematiker einen eigenen Stabilitätsbegriff geschaffen, um das Verhalten gewisser Methoden zur Auflösung von Gleichungen zu kennzeichnen. Schließlich wird — ausgehend von den Enzyklopädisten DIDEROT und D'ALEMBERT — im französischen Schrifttum vielfach „Unbeweglichkeit" durch „stabilité" umschrieben.

Je mehr Wissensgebiete wir durchstreifen, um so mehr scheint der Stabilitätsbegriff in seiner chamäleonhaft schillernden Vieldeutigkeit jedem Versuch einer Fixierung zu trotzen. Fragen wir daher lieber, welche Konzeptionen im technisch-physikalischen Bereich heute üblich sind.

In den Schulphysikbüchern — wie übrigens auch im Brockhaus — finden sich da meist Erklärungen der Art, Stabilität sei die Arbeit, die zum Umwerfen eines festen Körpers erforderlich ist. Natürlich reichen

*) Überarbeitete Fassung einer Rede, die zur Akademischen Feier der Technischen Hochschule Stuttgart aus Anlaß des 70. Geburtstages von Herrn Professor Dr. Dr. h.c. RICHARD GRAMMEL gehalten wurde.

[1]) Es seien hier vor allem die folgenden drei Bücher genannt: 1. E. MACH: Die Mechanik in ihrer Entwicklung, 1. Aufl. Leipzig: F.A. Brockhaus 1883. 2. N.D. MOISSEJEV: Übersicht über die Entwicklung der Stabilitätstheorie. (Russisch.) Moskau: Staatlicher Verlag für technisches und theoretisches Schrifttum 1949. 3. E.I. DIJKSTERHUIS: Die Mechanisierung des Weltbildes. (Übersetzung aus dem Holländischen.) Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956.

derartige Definitionen für uns heute nicht mehr aus. Wir verstehen vielmehr unter Stabilität heute nicht irgendeine Zustandsgröße, wie etwa Arbeit, Kraft, Winkel oder Geschwindigkeit, sondern eine ihrer Natur nach dimensionslose, spezifische Eigenschaft physikalischer Systeme, die sich auf bestimmte Zustände des Gleichgewichtes oder der Bewegung bezieht. Stabilität kann als adäquate Ergänzung zu den Begriffen Gleichgewicht oder Bewegung dort aufgefaßt werden, wo diese Begriffe allein nicht mehr zu einer hinreichenden Kennzeichnung des Verhaltens eines Systems ausreichen. Stets bezieht sich die Stabilität auf zwei verschiedene Zustände, von denen der eine als der stationäre, der andere als der gestörte bezeichnet wird.

Unterscheidet sich — ähnlich wie bei dem genannten Beispiel der Wirtschaft — der gestörte Zustand nur wenig von dem stationären, so nennen wir den stationären Grundzustand stabil — anders ausgedrückt: ein Zustand wird stabil genannt, wenn eine Störung nur zu einer quantitativen, aber nicht zu einer qualitativen Änderung des Verhaltens führt.

Konkrete Beispiele hierzu sollen etwas später betrachtet werden, jedoch sei ausdrücklich betont, daß sich die genannte Definition nicht im landläufigen Sinne nur auf Gleichgewichtslagen anwenden läßt, sondern gerade auch auf stationäre Bewegungen, wie beispielsweise auf Planetenbewegungen, auf die Schwingungen eines Pendels oder die Bewegungen einer Kraftmaschine.

Weshalb aber interessieren die gestörten Zustände überhaupt? Der Ingenieur muß bei jeder Berechnung seiner Konstruktionen notwendigerweise prüfen, ob der von ihm ausgerechnete stationäre Zustand auch noch gewissen Störungen gegenüber standhält, ob er also stabil ist. In der Statik sind derartige Überlegungen selbstverständlich. Niemand wird auf den Gedanken kommen, die theoretisch vorhandene, aber praktisch nicht zu realisierende Gleichgewichtslage eines senkrecht auf seiner Spitze stehenden Bleistiftes als Grundlage für die Konstruktion z.B. eines schlanken Turmes zu wählen, da dieser Gleichgewichtszustand erfahrungsgemäß keinerlei Störungen verträgt, also instabil ist. Bei bewegten Körpern sind die Dinge nicht so leicht übersehbar. Man denke hier nur an die ersten Flugzeuge, die sehr wohl mit dem auf der Spitze stehenden Bleistift verglichen werden können. Die Piloten dieser Flugapparate standen vor der schwierigen Aufgabe, ihre Geräte durch die Luft zu balancieren, ähnlich wie der Jongleur seinen Stab auf dem Zeigefinger.

3. Methoden der Stabilitätsuntersuchung und ihre historische Entwicklung

Mit den beiden Aspekten des Stabilitätsbegriffes, der Stabilität einer Gleichgewichtslage und der Stabilität eines Bewegungszustandes darf nun nicht die Methode verwechselt werden, derer man sich bedient, diese Stabilität festzustellen. Seit dem ersten Auftauchen von Stabilitätsproblemen lassen sich hier vor allem zwei Wege unterscheiden. Bei dem einen, den man als den kinematischen bezeichnen kann, wird die Bewegung untersucht, die nach einer Störung des Gleichgewichtes entsteht. Bei dem anderen dagegen, der geometrisch genannt werden mag, wird aus der rein geometrischen Situation, die sich nach einer Verschiebung des Systems aus der Gleichgewichtslage ergibt, auf Vorhandensein oder Nichtvorhandensein von Stabilität geschlossen. Beide Verfahren werden seit den Zeiten der griechischen Antike bis etwa zum Ende des siebzehnten Jahrhunderts nebeneinander verwendet, und erst im Rahmen der sich mächtig entwickelnden analytischen Mechanik findet eine Art Verschmelzung statt.

3.1. Die kinematische Methode

Verfolgen wir nun den Gang der Entwicklung, so wird man behaupten können, daß die kinematische Methode ihren Ausgang von ARISTOTELES nimmt. ARISTOTELES und seine Schüler beschäftigten sich sehr ausführlich mit dem Problem der Waage und wurden bei der Untersuchung der Gleichgewichtslage des Waagebalkens ganz natürlich auch zum Stabilitätsbegriff geführt, der freilich noch wortreich umschrieben und von metaphysischen Betrachtungen überdeckt wird. Es werden dabei die Bewegungen untersucht, die nach einer Störung des Waagebalkens aus der Gleichgewichtslage entstehen, und ARISTOTELES bezeichnet dieses Vorgehen als das einzig brauchbare zur Untersuchung von Gleichgewichtszuständen. Die Gleichgewichtslage kann durch zwei Arten von Kräften gestört werden: einerseits durch Kräfte, die keine Verschiebungen hervorrufen, und andererseits durch Kräfte, bei deren Einwirkung die Gleichgewichtslage verlassen wird. Diese Unterscheidung beruht auf der Feststellung, daß ein auf rauher Unterlage liegender Körper durch seitlich angreifende Kräfte nur dann aus seiner Lage gebracht wird, wenn der Betrag der Kräfte eine bestimmte Mindestgröße überschreitet, die ausreicht, die vorhandenen Reibungen zu überwinden. Diese — wie wir sagen können — „Stabilität im Sinne von ARISTOTELES" scheint sich bis GALILEI (1638) gehalten zu haben, denn erst diesem gelingt die Einführung von sog. glatten oder reibungsfreien Körpern, eine Abstraktion, der wir zwar wesentliche Erkenntnisse in der Dynamik verdanken, die aber in gewissem Sinne doch als ein Schritt fort von der Wirklichkeit gewertet werden muß. Vielleicht ist es gerecht, die Leistungen des ARISTOTELES und seiner Schüler auf dem Gebiet der Stabilitätslehre einmal deutlich hervorzuheben, um der ziemlich allgemeinen Verdammung aristotelischer Anschauungen durch die modernen Physiker etwas entgegenzuwirken. So hat der Atomphysiker MARCH diese Haltung vor kurzem wie folgt formuliert[1]:

„*Es besteht für die Naturwissenschaftler kein Grund, in die Verehrung einzustimmen, die Aristoteles sonst genießt. Er hat durch seine Ablehnung des Atomismus den Fortschritt auf zwei Jahrtausende aufgehalten.*"

Bezüglich der Stabilitätstheorie könnte man vielleicht sogar den Spieß umdrehen und behaupten, daß der Fortschritt aufgehalten sei, weil man seit GALILEI den aristotelischen Stabilitätsbegriff praktisch vergaß, bis die technischen Notwendigkeiten im neunzehnten Jahrhundert seine natürlich modifizierte Auferstehung erzwangen.

Einen Niederschlag haben die antiken Lehren unter anderem in dem großen Lehrgedicht „De rerum natura" des römischen Dichters LUKREZ gefunden. Obwohl sich LUKREZ bezüglich der Atomlehre an die

[1] MARCH, ARTHUR: Das neue Denken der modernen Physik, Kap. I. Hamburg: Rowohlt-Enzyklopadie 1957.

von ARISTOTELES heftig bekämpften Atomisten DEMOKRIT und EPIKUR anlehnt, übernimmt er die Ansichten vom Gleichgewicht und seiner Stabilität von ARISTOTELES. Hier nun findet man vielleicht zum ersten Mal in der uns überlieferten Literatur das Wort „stabilitas". LUKREZ erklärt das Verharren schwerer Körper auf ihrer Unterlage und schreibt[1]):

„*Steine und Saatkörner bleiben auch bei Wind liegen, die Beweglichkeit wird größer bei leichten und glatten Körpern, und umgekehrt haben schwerere und rauhere Körper eine größere Stabilität.*"

Wenn wir die zahlreichen Nachbeter und Kommentatoren der aristotelischen Lehre im Mittelalter überspringen, dann muß als der nächste bemerkenswerte Vertreter der kinematischen Methode der vielseitige LEONARDO DA VINCI genannt werden. Er untersucht die Auswirkungen von — wie er sich ausdrückt — Schwere und Kraft an einem im Gleichgewicht befindlichen Pendel, so daß man glaubt, aus der dichterischen Sprache unsere heutige Auffassung vom ständigen Wechseln der Energie aus der potentiellen in die kinetische Form und umgekehrt heraushören zu können. LEONARDO schreibt:

„*Schwere und Kraft liegen im Kampf miteinander. Die Schwere besiegt die Kraft, und umgekehrt besiegt die Kraft die Schwere. Schwere kann man ohne Kraft erkennen, aber Kräfte nicht ohne Schwere. Schwere strebt zur Gleichgewichtslage und Ruhe, Kraft flieht sie. Schwere ist unermüdlich, Kraft aber kann ermüden. Wenn eines gewinnt, stirbt das andere. Schwere strebt nach Stabilität und dauerndem Verweilen, Kraft jedoch strebt nach Bewegung.*"

Nach LEONARDO bahnt sich eine bemerkenswerte Entwicklung an, die mit den Namen GALILEI, ROBERVAL und schließlich DESCARTES verknüpft ist. An Stelle der bisher stets als endlich groß gedachten störenden Verschiebungen aus der Gleichgewichtslage macht man sich nun Gedanken darüber, daß diese Verschiebungen auch beliebig klein sein dürfen. Uns, im analytischen Denken Erzogenen scheint das selbstverständlich; im siebzehnten Jahrhundert jedoch war dieser Durchbruch zur Epoche des unendlich Kleinen, zur infinitesimalen Betrachtungs- und Berechnungsweise eine Denkleistung, deren gewaltige Auswirkungen wir wohl erst jetzt ganz überblicken können.

3.2. *Die geometrische Methode*

Doch nun einige Bemerkungen zur geometrischen Methode. War für die kinematische Methode der Begriff der Bewegung wesentlich, so ist es bei der geometrischen der Begriff des Schwerpunktes, um den sich mit Vorliebe die Untersuchungen der voranalytischen Mechaniker gruppieren. Hier muß als einer der frühesten ARCHIMEDES genannt werden, der in seinen Schriften über den Hebel und die Waage, aber auch bei den Untersuchungen über schwimmende Körper stets aus der geometrischen Lage des Schwerpunkts auf die Sicherheit einer Gleichgewichtslage schließt. Wenn er auch nur stabile Gleichgewichtslagen beschreibt, so darf man doch annehmen, daß ihm auch der Begriff des indifferenten Gleichgewichtes schon bekannt war. In völliger Klarheit wird das allerdings erst später bei PAPPUS aus Alexandria zum Ausdruck gebracht. Dieser schreibt[1]):

„*Wir sagen, daß der Schwerpunkt jedes Körpers ein bestimmter Punkt ist, der im Innern des Körpers liegt und die Eigenschaft hat, daß, wenn der Körper in diesem Punkt aufgehängt wird, dieser in Ruhe bleibt.*"

Anderthalb Jahrtausende später drückt LEONARDO diese Erkenntnis so aus, daß er eine im Mittelpunkt aufgehängte Hantel mit zwei gleich großen Gewichten A und B aufzeichnet und dazu vermerkt:

„*Diese Gewichte A und B geben Stabilität in jeder Lage.*"

Das einfache und uns so vertraute Kriterium für die Stabilität einer Gleichgewichtslage, nach dem der Schwerpunkt jeweils seine tiefste Lage einnimmt, scheint zuerst von TORRICELLI angegeben worden zu sein. Auch findet man erst bei TORRICELLI instabile Gleichgewichtslagen beschrieben, während vorher offensichtlich derartige Lagen gar nicht als Gleichgewichtslagen anerkannt wurden.

Wie verschwommen die Vorstellungen der voranalytischen Physiker gelegentlich waren und wie kritiklos sie das aus der Antike übernommene Gedankengut weitergaben, offensichtlich ohne je den Wunsch nach einer experimentellen Prüfung der Behauptungen verspürt zu haben, zeigt eine Arbeit von BERNARDINI BALDI aus dem Anfang des siebzehnten Jahrhunderts. BALDI schlägt dort als Maß für die statische Stabilität eines Körpers das Produkt aus Schwerpunktshöhe und Gewicht vor — mit der zunächst einleuchtenden Begründung, daß ja von zwei geometrisch gleichartig aufgebauten Säulen die leichtere einfacher umzuwerfen sei. Offenbar hat er nicht einmal in Gedanken sein Stabilitätsmaß auf Säulen verschiedener Höhe angewendet, sonst hätte er die Unzweckmäßigkeit seiner Definition erkennen müssen.

Ohne auf weitere Einzelheiten einzugehen, sei hier nur noch erwähnt, daß die geometrische Methode im Zeitalter der Analysis schließlich in Sätze von LAGRANGE einmündet, der nun nicht mehr die Lage des Schwerpunktes, sondern den Verlauf einer Kräftefunktion untersucht. Besitzt diese Kräftefunktion ein wirkliches Maximum, so liegt eine stabile Gleichgewichtslage vor.

3.3. *Die Stabilität von Bewegungen und Bahnkurven*

Wenn es sich nun nicht um die Untersuchung der Stabilität einer Gleichgewichtslage, sondern um die einer stationären Bewegung handelt, so kommt nur eine kinematische Untersuchungsmethode in Frage. Und obwohl diese Methode im Prinzip wenigstens seit ARISTOTELES zur Verfügung stand, wissen die Historiker über diese Dinge nur wenig zu berichten. Es scheint, daß das Bedürfnis zur Einführung eines auf Bewegungszustände erweiterten Stabilitätsbegriffes erst in der analytischen Epoche auftauchte. Dennoch lassen sich schon vorher gewisse Ansätze finden. Wenn man will, könnte man sogar die Atomisten DEMOKRIT und EPIKUR als Kronzeugen anrufen, da sie sich ausführlich über die von ihren Atomen durchlaufenen Bahnen auslassen und zu ergründen versuchen, ob diese Bahnen stets dieselbe Gestalt haben.

[1]) TITUS LUCRETIUS CARUS: „De rerum natura", Buch 3.

[1]) Pappus d'Alexandrie, Oeuvre traduite pour la première fois du grec en français par P. VER EICKE. 1933.

Sichere Kunde von Untersuchungen einer Bahnstabilität besitzen wir allerdings erst aus dem beginnenden sechzehnten Jahrhundert, wo es wieder der geniale LEONARDO ist, der die Stabilität von Geschoßbahnen untersucht und den Einfluß von kleinen Störungen beim Abschuß des Geschoßes auf die Flugbahn erforscht. Freilich muß man beachten, daß hier ein grundsätzlicher und für die mathematische Untersuchung sogar entscheidend wichtiger Unterschied gegenüber den Problemen vorliegt, die später von den Astronomen und dann auch von den Technikern auf Bewegungsstabilität untersucht wurden. Die Flugbahn eines Geschoßes wird ja in einer endlichen Zeit durchlaufen, und es interessieren nur die Abweichungen während dieses begrenzten Zeitintervalles. In der Astronomie wird aber die Frage nach der Stabilität z.B. der Planetenbahnen so erweitert, daß nach den Bedingungen gefragt wird, unter denen die Abweichungen der Bahnen auch nach unbegrenzt langer Zeit klein bleiben. Um es mathematisch auszudrücken: es wird Stabilität in einem offenen Zeitintervall gefordert. Dieses Erforschen des Verhaltens eines Systems nach beliebig langer Zeit dient nun nicht etwa nur der Befriedigung unserer Neugier. Es hat vielmehr sehr reale Bedeutung für den Fall, daß sehr schnelle Vorgänge, also z.B. Vorgänge in atomaren Dimensionen, untersucht werden. Hier nämlich schrumpfen die der Beschreibung solcher Vorgänge angemessenen Zeitmaßstäbe so zusammen, daß unsere makroskopischen Zeiteinheiten im atomaren Bereich bereits einer „Unendlichkeit" nahe kommen.

Es soll nun der Begriff der Stabilität eines Bewegungsvorganges noch an einem recht geeigneten Beispiel erklärt werden, nämlich an den Bahnen einer senkrecht in die Luft geschossenen Rakete. Sie steigt normalerweise wie ein geworfener Stein bis zu einem Kulminationspunkt auf, um dann wieder herabzufallen. Diese Bahn ist stabil in dem Sinne, daß geringe Veränderung der Abschußbedingungen keine qualitative Änderung im Aussehen der Bahn nach sich ziehen. Das gilt jedoch nur für Anfangsgeschwindigkeiten, die merklich kleiner als die sog. Fluchtgeschwindigkeit[1]) von 11,3 km/s sind. Raketen mit höherer als dieser kritischen Anfangsgeschwindigkeit entfliehen dem Schwerefeld der Erde und entfernen sich ständig weiter von ihr. Man muß nun Raketen, die mit Geschwindigkeiten in der Nähe der kritischen abgeschossen werden, als instabil bezüglich der Bahn bezeichnen. Die „Anfangsgeschwindigkeiten", d.h. die nach dem Ausbrennen der Treibstoffe erreichten Maximalgeschwindigkeiten der bisher abgeschossenen drei Mondraketen unterschieden sich nur um sehr geringe Beträge. Dennoch waren die durchlaufenen Bahnen völlig verschieden, also nicht nur quantitativ, sondern qualitativ verändert.

Die Bahnstabilität ist aber ein Begriff, der von dem verwendeten Bezugssystem abhängt. Wenn Raketen im kritischen Geschwindigkeitsbereich als bahninstabil bezeichnet werden, so gilt das für einen Beobachter auf der Erde. Wie aber liegen die Dinge für einen Beobachter, der sich das Raketenschießen von der Sonne aus ansieht oder für einen Astronomen, der gewohnt ist, in den Abmessungen des Sonnensystems zu denken? Die Mondraketen bewegten sich vor dem Start zusammen mit der Erde auf einer fast kreisförmigen Bahn um die Sonne. Ihr Start bewirkte im Grunde nur eine kleine Störung dieser Bahn, die bei der ersten amerikanischen Rakete nach kurzer Zeit, nämlich nach dem Zurückfallen der Rakete auf die Erde, wieder vollkommen beseitigt wurde. Die Trümmer der Rakete flogen nach dem Aufschlag und fliegen heute noch mit der Erde auf der stationären Bahn um die Sonne. Bei der russischen und der zweiten amerikanischen Mondrakete ist die Störung der Bahn zwar etwas größer gewesen, aber verglichen mit den Dimensionen unseres Sonnensystems doch noch als herzlich klein anzusprechen, so daß die relativ zur Sonne durchlaufene Bahn der Rakete sich nur unwesentlich von der stationären Bahn der Erde unterscheidet. Wir könnten deshalb hier durchaus von einer Bahnstabilität relativ zur Sonne sprechen.

Richtet man aber seine Aufmerksamkeit nicht nur auf die Form der durchlaufenen Bahn, sondern auf den Abstand der Raketen von der Erde, dann muß die Rakete, die wieder auf die Erde zurückfiel, also stets in ihrer „Nachbarschaft" blieb, als stabil bezeichnet werden, während die beiden anderen Raketen, die das Schwerefeld der Erde verließen, als abstandsinstabil — relativ zur Erde — angesehen werden müssen.

4. Der Stabilitätsbegriff in der Astronomie

Das genannte Beispiel macht die Schwierigkeiten deutlich, die sich erstens aus den verschiedenen Bezugssystemen und zweitens aus den verschiedenen Stabilitätsdefinitionen ergeben. Gerade am Beispiel der Planetenbewegungen sind so viele Formulierungen des Stabilitätsbegriffes entstanden, daß der Astronom WINTNER resignierend feststellt[1]):

„Es gibt ungefähr ein Dutzend verschiedener Definitionen der Stabilität, die alle sehr nützlich sind, die aber im Grunde wenig oder gar nichts miteinander zu tun haben."

Tatsächlich ist die Streubreite der verschiedenen Definitionen gewaltig. LAGRANGE bezeichnet einen Planeten bereits als bahnstabil, wenn die große Achse seiner Bahnellipse beschränkt bleibt, also der Planet nicht in die Unendlichkeit abwandern kann. POISSON dagegen verlangt von einem stabilen Planeten, daß er jedem Punkt seiner Bahn im weiteren Verlauf der Bewegung wieder beliebig nahe kommt. Nach LAPLACE liegt ein wesentliches Kriterium für die Stabilität des Planetensystems darin, daß kein Zusammenstoß zweier Planeten untereinander oder eines Planeten mit der Sonne stattfindet. LJAPUNOW schließlich faßt den Begriff der Stabilität so eng, daß nach ihm keine der bekannt gewordenen Lösungen des sog. eingeschränkten Dreikörperproblems, also z.B. der Bewegung eines künstlichen Satelliten im Schwerefeld zwischen Erde und Mond, als stabil bezeichnet werden könnte.

5. Die Stabilität terrestrischer Bewegungen

Dennoch haben die Ergebnisse der Astronomie entscheidende Anregungen für die Stabilitätstheorie

[1]) Als Fluchtgeschwindigkeit bezeichnet man die Geschwindigkeit, die einem Körper erteilt werden muß, damit er die Anziehungskräfte der Erde überwinden kann, also nicht wieder auf die Erde zurückfällt. Für einen von der Erdoberfläche fortgeschossenen Körper beträgt diese Geschwindigkeit bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes 11,3 km/s. Für Mehrstufenraketen, die erst in sehr großer Höhe ihre maximale Geschwindigkeit erreichen, ist der Betrag der Fluchtgeschwindigkeit etwas kleiner.

[1]) WINTNER, AUREL: The analytical foundations of celestial mechanics, § 131. Princeton: Princeton University Press 1947.

gebracht. Um die Mitte des neunzehnten Jahrhunderts gewann nämlich der Begriff der Stabilität der Bewegung auch für technische Probleme Bedeutung. Die Dampfmaschine war erfunden und mit ihr auch der Regler, der für einen gleichmäßigen Gang sorgen sollte. Es stellte sich dabei heraus, daß das Arbeiten der geregelten Maschine — wir würden heute sagen des Regelkreises — unter bestimmten Betriebsbedingungen nicht stabil war. Hier Abhilfe zu schaffen, war von beträchtlicher ökonomischer Bedeutung. Aber das theoretische Handwerkszeug zur Berechnung des Bewegungsverhaltens war noch nicht vorhanden, denn mit den Erkenntnissen der Astronomen ließ sich direkt nicht viel anfangen. Bei den astronomischen Bewegungen fehlten vor allem jene lästigen Störungen, die man in der terrestrischen Mechanik unter dem Sammelbegriff Reibung zusammenfaßt, um damit gewissermaßen einen Schuldigen für alle jene Fälle in der Hand zu haben, in denen sich die Wirklichkeit wieder einmal nicht nach den theoretischen Berechnungen richtete. Von Reibungen hatte zwar schon ARISTOTELES gesprochen, aber genauere Untersuchungen über ihren Einfluß auf das Bewegungsverhalten kamen erst in Gang, nachdem GAUSS im Jahre 1837 die Schwingungen einer Magnetnadel und die dabei auftretende Dämpfung untersucht hatte. Jedenfalls kann bei den Klassikern der Mechanik, z.B. EULER, LAGRANGE und D'ALEMBERT, von einer systematischen Berücksichtigung der Reibungserscheinungen noch keine Rede sein. Das scheint vielmehr erst in dem Werk „Treatise on Natural Philosophy“ von THOMSON und TAIT (1867) geschehen zu sein und wurde anschließend von ROUTH weiter entwickelt und zu einer gewissen Vollendung gebracht in der sog. „Methode der kleinen Schwingungen“.

Das Ziel von ROUTH war allerdings zunächst erheblich weiter gesteckt. Er wollte die eleganten Energiekriterien für die Stabilität einer Gleichgewichtslage auf Bewegungszustände erweitern. Aber diese Aufgabe erwies sich wegen der Anwesenheit energieverzehrender Reibungskräfte als so schwierig, daß er in eine Näherungsmethode auswich. Eine mathematisch befriedigende Lösung fand das Problem erst durch LJAPUNOW gegen Ende des vorigen Jahrhunderts. Aber da wiederum mußten die Techniker Bedenken anmelden, die bis heute nicht verstummt sind. Wie schon in der Astronomie, so erwies sich die Ljapunowsche Theorie auch in der Technik als so schwerfällig, daß sie nur in sehr einfach gelagerten Fällen verwendet werden konnte. Jedoch aufbauend auf den Untersuchungen von ROUTH einerseits und LJAPUNOW andererseits hat sich in den letzten Jahrzehnten eine Stabilitätstheorie entwickelt, die man als eine Theorie der technischen Stabilität bezeichnen könnte. Sie enthält Merkmale des Stabilitätsbegriffes von ARISTOTELES, nahm Anleihen bei den Astronomen und den Klassikern der analytischen Mechanik auf und vereinigte sie mit der universellen Näherungsmethode der kleinen Schwingungen zu einer vielseitigen Theorie, deren Erkenntnisse in unserer modernen Technik nicht mehr zu entbehren sind.

6. Erweiterungen des Stabilitätsbegriffes

Es wurden neue Begriffe notwendig, da sich herausstellte, daß die historisch gewachsenen Begriffe nicht immer ausreichten, das Verhalten eines Systems präzise genug zu beschreiben. Wir unterscheiden heute eine „Stabilität im Kleinen“ von einer „Stabilität im Großen“. Es wurde ferner der für moderne Regelprobleme wichtige Begriff der „Strukturstabilität“ eingeführt, der eine Auskunft darüber gibt, wie die Struktur eines Systems beschaffen sein muß, damit es überhaupt durch geeignete Einstellung der Regler stabilisiert werden kann. Schließlich mußten neue Begriffe für das Verhalten eines Systems in der unmittelbaren Umgebung der Stabilitätsgrenze geschaffen werden. Man verwendet hier die Ausdrücke „Gefährlichkeit“ und „Ungefährlichkeit“, die sich zur Stabilität etwa so verhalten wie Stabilität selbst wieder zum Begriff des Gleichgewichtes; denn wie die Stabilität erst erkannt wird, wenn das Gleichgewicht gestört ist, so kann auch die Gefährlichkeit erst zum Tragen kommen, wenn der Bereich der Stabilität verlassen wird.

Schließlich sei noch eine letzte, moderne Variante des Stabilitätsbegriffes erwähnt, die sog. „statistische Stabilität“. Man denke beispielsweise an ein elektrisches Stromversorgungsnetz, das ganze Länder mit Energie versorgt. Das Netz werde eingespeist durch irgendwelche Wasser- oder Dampfkraftwerke und bilde ein vielfach vermaschtes, kompliziert geregeltes System, von dem die Verbraucher ein stabiles Arbeiten erwarten. Stabilität muß jedoch jetzt so verstanden werden, daß die durch das mehr oder weniger regellose An- und Abschalten der Verbraucher, durch Änderungen des Wasserstandes beim Wasserkraftwerk oder durch Schwankungen des Heizwertes beim Dampfkraftwerk verursachten Störungen nicht zu qualitativen Änderungen des Betriebszustandes führen. In diesem Sinne spricht man dann von statistischer Stabilität.

Natürlich sind wir stolz auf die Fülle neuartiger Begriffe, mit denen wir die Natur wie mit immer neuen Zügeln in der Hand zu haben glauben. Und doch setzt uns der Blick in die Vergangenheit immer wieder einen Dämpfer auf und macht uns bescheiden; denn „alles ist schon einmal dagewesen“. So auch der Begriff der statistischen Stabilität, den wir in der Antike bei PTOLEMÄUS finden. Gerade diese Tatsache soll hier nicht verschwiegen werden, weil dadurch wieder eine Brücke über die Jahrtausende von der antiken Kosmogonie zur modernen Physik geschlagen wird. PTOLEMÄUS stand bei der Begründung des nach ihm benannten geozentrischen Weltsystems nicht nur vor der Notwendigkeit, die recht wilden Bewegungen der Planeten durch immer mehr in- und übereinander geschachtelte Kreisbewegungen plausibel zu machen, sondern er mußte auch eine Erklärung dafür finden, weshalb denn die Erde im Mittelpunkt der Welt bewegungslos verharrt. All die zahlreichen Störungen, die durch Erdbeben, Vulkanausbrüche, durch Meteorfall, durch Stürme, ja schließlich auch durch die ungezählten kleinen Stöße, die bei jedem Schritt eines Menschen oder eines Tieres auf die Erdkugel ausgeübt werden, müßten ja letztlich dazu führen, daß sich die Erde in Bewegung setzt und also vom Mittelpunkt der Welt entfernt. Die Antwort des PTOLEMÄUS könnte die eines modernen, im statistischen Denken erzogenen Physikers sein. Er sagt dem Sinne nach: Jawohl, diese Störungen sind vorhanden, und jede einzelne könnte tatsächlich die Erde um ein winziges in Bewegung versetzen. Aber alle Störungen zusammengenommen heben sich in ihrer Wirkung gegenseitig auf, da die Stöße von verschiedener Stärke sind und aus verschiedenen Richtungen erfolgen.

Es sei — bevor diese kurze Studie abgeschlossen wird — gestattet, noch einen Gedanken auszusprechen, der meines Erachtens von Bedeutung ist angesichts der bis zum Überdruß gehörten, in Reden und Aufsätzen stets sich wiederholenden Klagen über das Aufsplittern unserer Wissenschaften in Spezialgebiete, über den Verlust des inneren Bandes, das das Gebäude der Wissenschaften zusammenhält und damit schließlich über die Aussichtslosigkeit, das Ganze noch sinnvoll übersehen zu können. Die zum Beweise solcher Behauptungen vorgebrachten Argumente sind sicher schwerwiegend, aber man vergißt darüber meist die Tatsache, daß mit der fortschreitenden Entwicklung auch die Querverbindungen zwischen den einzelnen Wissensgebieten deutlicher und ihre gegenseitigen Verflechtungen stärker werden. Derartige Querverbindungen entstehen aber nicht nur von der methodischen Seite — man denke hier nur an die verknüpfende Funktion der Regelungstechnik, deren Erkenntnisse man bereits in Biologie und Volkswirtschaft auszuwerten beginnt —, sondern ebensogut auch vom Begrifflichen her — wovon der hier besprochene Stabilitätsbegriff ein Beispiel geben mag. Gleich einem bindenden Faden zieht sich dieser Begriff durch technische und nichttechnische Bereiche und trägt so — dem Eingeweihten sichtbar — zum Zusammenhalt unseres Weltbildes bei.

Stuttgart, Institut für Technische Mechanik der Technischen Hochschule

Eingegangen am 20. April 1959

Kurze Originalmitteilungen

Für die Kurzen Originalmitteilungen sind ausschließlich die Verfasser verantwortlich

Zu den Prinzipien minimaler Elektrodenspannung und extremaler Entropieproduktion. Richtigstellung

Die von mir aufgestellte Behauptung[1]) einer Übereinstimmung der Stromverteilung, die sich in einem isotropen, sonst aber beliebigen Leiter tatsächlich einstellt, mit derjenigen Stromverteilung, die den minimalen Widerstand ergibt, kann nicht aufrecht erhalten werden, da ihre Ableitung einen mathematischen Trugschluß enthält. Auch in dem a. a. O. sinnvoll eingeschränkten Variationsbereich gilt nicht in voller Allgemeinheit, daß ein rotationsfreies elektrisches Feld das Stromfeld mit geringstem Gesamtwiderstand liefert. Passend gewählte stromundurchlässige Schnitte können also unter Umständen den (Gleichstrom)-Widerstand eines Leiters vermindern; das gilt auch dann, wenn kein Teilbereich des Leiters Materialien mit fallender Strom-Spannungscharakteristik enthält[2]).

Jena, Institut für Magnetohydrodynamik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin

M. STEENBECK

Eingegangen am 4. September 1959

[1]) STEENBECK, M.: Naturwiss. 46, 373 (1959). — [2]) Ausführliche Darstellung erscheint in der neuen Zeitschrift „Beiträge zur Plasma-Physik“, Berlin.

Zum Verhalten einer Townsend-Entladung in einer ebenen Funkenstrecke an konstanter Spannung

Berücksichtigt man bei der Berechnung des Stromverlaufes in einer ebenen Plattenfunkenstrecke mit unendlich ausgedehnter Kathode (an der Stelle $x=0$) und Anode (an der Stelle $x=d$) außer der Ionisation der Elektronen im Gas (α-Ionisation) nur noch die Bildung von Elektronen an der Kathode, so kann man leicht die Stromdichte der Elektronen $s_-(x,t)$ und die der positiven Ionen $s_+(x,t)$ sowie die Gesamtstromdichte $s(t)$ als Funktionen der Elektronenstromdichte an der Kathode $s_-(0,t)$ schreiben. Die Hauptaufgabe der Rechnung besteht darin, das Verhalten von $s_-(0,t)$ aus der Randbedingung an der Kathode zu bestimmen. Läßt man dabei beliebige Anfangsbedingungen der Trägerstromdichten $s_-(x,0)$ und $s_+(x,0)$ zu, so werden die Ergebnisse[1]) aber — vor allem für größere Zeiten — derart unübersichtlich, daß sie kaum ausgewertet werden können. Man wird sich also im allgemeinen mit Näherungen begnügen müssen.

Eine sehr einfache Näherung[1]) hat die Form $s_-(0,t) \approx A + B e^{\lambda t}$. Wird eine konstante Fremdstromdichte S_0 durch Einwirkung von außen verursacht und befreit die Entladung sowohl mit Hilfe von Photonen (δ-Effekt) als auch von positiven Ionen (γ-Effekt) Elektronen aus der Kathode, dann ist $A = S_0/[1-(\delta+\gamma)\,(e^{\alpha d}-1)]$ und λ die reelle Lösung der transzendenten Gl. $\delta\alpha d(e^{\alpha_1 d}-1)/\alpha_1 d + \gamma\alpha d(e^{\alpha_2 d}-1)/\alpha_2 d = 1$, mit $1/v = 1/v_- + 1/v_+$ (v_- = Elektronen-, v_+ = Ionengeschwindigkeit), $\alpha_1 = \alpha - \lambda/v_-$ und $\alpha_2 = \alpha - \lambda/v$. Die Größe B wird normalerweise so gewählt, daß der angenäherte Ausdruck in einem Punkt (etwa $t=0$) mit dem wahren übereinstimmt. Diese Art der Festlegung von B berücksichtigt nur in unzureichendem Maße die Anfangsbedingungen der Trägerstromdichten $s_-(x,0)$ und $s_+(x,0)$, die für die Entwicklung von $s_-(0,t)$ von ausschlaggebender Bedeutung sind. Verschiedene Ausgangsverteilungen der Trägerstromdichten können selbst dann stark voneinander abweichende Stromverläufe zur Folge haben, wenn die Elektronenstromdichten an der Kathode in irgendeinem Zeitpunkt gleich groß sind. Es werden daher vielfach erhebliche Fehler entstehen, so daß die Vorteile der Näherung stark eingeschränkt werden.

Diese Nachteile lassen sich umgehen, wenn man B den besonderen Wert B' gibt, der durch folgende Gleichung definiert wird:

$$\begin{aligned} B'(\delta a d e^{\alpha_1 d} + \gamma\alpha d e^{\alpha_2 d} - 1) &= A - S_0 - A\,\frac{\alpha}{\lambda}\,[\delta v_-(e^{\alpha d} - e^{\alpha_1 d}) + \gamma v\,(e^{\alpha d} - e^{\alpha_2 d})] + \\ &+ \int_0^d s_-(x,0)\left[\delta\alpha\,(e^{\alpha_1(d-x)} - 1) + \frac{\gamma\alpha v/v_-}{e^{\lambda x/v_+}}\,(e^{\alpha_2(d-x)} - 1)\right] dx + \\ &+ \int_0^d s_+(x,0)\,\frac{\gamma\alpha_2 v/v_+}{e^{\lambda x/v_+}}\,dx\,. \end{aligned}$$

Man kann nämlich zeigen, daß $s_-(0,t)$ dauernd um den Ausdruck $A + B'e^{\lambda t}$ pendelt, und zwar so, daß die größten Abweichungen mit wachsender Zeit immer kleiner werden, bis sie schließlich ganz verschwinden.

In dem Ausdruck für B' ist das Ergebnis enthalten, das bei einer andersartigen Behandlung des Problems unter den vereinfachenden Bedingungen δ oder $\gamma = 0$ sowie $s_-(x,0) = 0$ und $s_+(x,0) = 0$ gewonnen wurde[2]).

Eine ausführliche Darstellung erscheint demnächst an anderer Stelle.

Rogowski-Institut für Elektrotechnik der Technischen Hochschule, Aachen (Leiter: Prof. Dr.-Ing. EUGEN FLEGLER)

JOSEF BUSER

Eingegangen am 10. September 1959

[1]) DAVIDSON, P. M.: Anhang einer Arbeit von DUTTON, HAYDON und JONES: Brit. J. Appl. Phys. 4, 170 (1953). — [2]) AUER, P. L.: Physic. Rev. 111, 671 (1958).

Zur Untersuchung dünner Eisenschichten mit Hilfe des Faraday-Effektes

Die Untersuchung dünner Eisenschichten mit Hilfe des Faraday-Effektes erfolgte nach drei verschiedenen Methoden, deren Informationen sich ergänzen.